

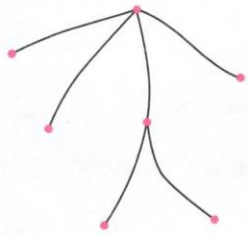
Напомним, что такое цепь и цикл в графе. Цепь — это простой путь, то есть путь, в котором вершины не повторяются. Раз не повторяются вершины, то и рёбра тоже не повторяются (рис. 1, б). Цикл в графе — это замкнутый путь, в котором не повторяются рёбра и не повторяются промежуточные вершины.

Очень интересны и полезны графы, в которых нет циклов. Если в связном графе нет циклов, то такой граф называют **деревом**.



Дерево — связный граф без циклов.

Цепь тоже является деревом, поскольку в цепи нет циклов. И даже граф, состоящий из одной-единственной вершины без рёбер, также можно рассматривать как простейшее дерево (рис. 1, в).



а) Дерево, в котором 7 вершин



б) Цепь — это дерево



в) Простейшее дерево — одна вершина

Рисунок 1

ПРИМЕР 1. На рисунке 2 показана схема водоснабжения в небольшом посёлке. Трубы идут от водонапорной башни и ветвятся, пролекая вдоль улиц. Из больших труб отходят малые к домам. Граф водопровода — дерево. Здесь можно выделить начальную вершину — водонапорную башню.

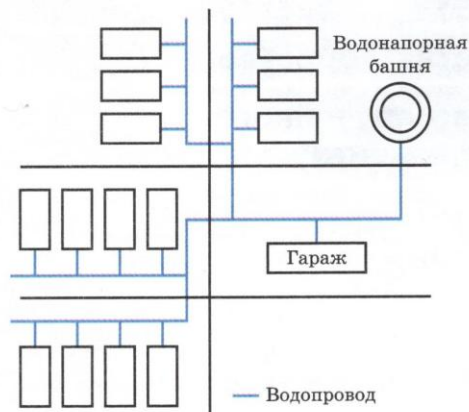


Рисунок 2

ПРИМЕР 2. Возьмём симметричную монету и подбросим её 3 раза. Чтобы изобразить этот случайный опыт, построим дерево. От начальной вершины S нарисуем ветви вниз к вершинам, которые обозначим O (орёл) и P (решка) — это результаты первого броска. От каждой из них идут ещё два ребра вниз к вершинам O и P , изображающим результаты второго броска. Точно так же покажем результаты третьего броска (рис. 3).

Получилось дерево случайного эксперимента. В этом дереве восемь цепей, ведущих из начальной вершины S в концевые вершины:

$SOOO, SOOP, SOPO, SOPP,$
 $SPOO, SPOP, SPPO$ и $SPPP.$

Каждая цепь изображает одно из восьми возможных элементарных событий в этом случайном опыте.

В примерах 1 и 2 понятно, какую вершину следует выбрать в качестве начальной, или **корневой**, вершины, из которой «растёт» дерево. Вода по трубам течёт из водонапорной башни. Это и есть начальная вершина на схеме водоснабжения (см. рис. 2). Во втором примере начальная вершина изображает начальный момент, когда монету ещё не бросили ни разу. Мы её обозначили буквой *S* от слова *start*, имея в виду начало случайного опыта.

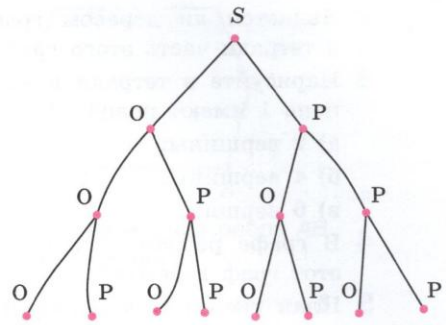


Рисунок 3

Название «дерево» происходит оттого, что цепи «ветвятся», не образуя циклов. Единственная разница — в природе деревья обычно растут снизу вверх, а математические деревья мы рисуем так, как нам удобно.

Бывают **бесконечные деревья**, то есть деревья, в которых бесконечно много вершин и рёбер. Многоточие на рисунке 4 показывает, что дерево простирается вправо до бесконечности.

ПРИМЕР 3. Предположим, что кто-то пытается послать СМС из леса, где связь очень плохая. Каждая отдельная попытка может оказаться неудачной, и в таком случае телефон предпримет следующую. Будем считать, что попыток может быть сколько угодно. Такой случайный опыт можно изобразить с помощью бесконечного графа. Начинается граф в вершине *S*, каждая попытка может оказаться неудачной (вершина *H*) или удачной (вершина *У*) (см. рис. 4).

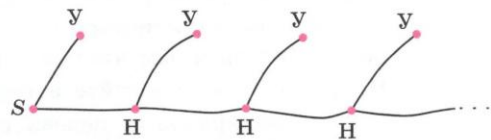


Рисунок 4. Бесконечное дерево случайного эксперимента



Вопросы

- 1 Что такое дерево?
- 2 Может ли в дереве быть 4 ребра; бесконечно много рёбер?
- 3 Бывают ли в дереве петли; цепи; циклы?



Задачи

- 1 Какие из графов на рисунке 5 являются деревьями?

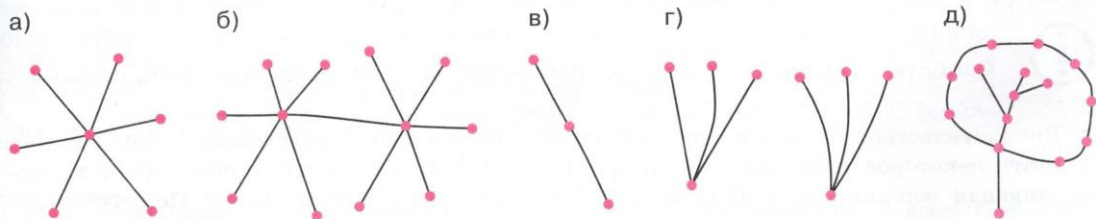


Рисунок 5

- 2 Является ли деревом граф дорог в вашем населённом пункте? Постройте в тетради часть этого графа в обоснование своего ответа.
- 3 Нарисуйте в тетради какое-нибудь дерево, в котором 7 вершин, причём степень 1 имеют ровно:
- а) 2 вершины;
 - б) 4 вершины;
 - в) 6 вершин.